

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт космических и информационных технологий
Кафедра систем искусственного интеллекта

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
_____ Г. М. Цибульский
подпись
«__» _____ 2018 г.

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

09.04.02.01 – «Информационно управляющие системы»

Модуль оценки надежности технических устройств

Научный
руководитель

подпись, дата

проф., д-р физ.-мат. наук
Б. С. Добронев

Выпускник

подпись, дата

В.А. Головков

Нормоконтролер

подпись, дата

Б. С. Добронев

Красноярск 2018

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт космических и информационных технологий
Кафедра систем искусственного интеллекта

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
_____ Г. М. Цибульский
подпись
«__» _____ 2018 г.

ЗАДАНИЕ
НА ВЫПУСКНУЮ КВАЛИФИКАЦИОННУЮ РАБОТУ
в форме магистерской диссертации

Студенту Головкову Виктору Александровичу

Группа КИ16-02-1М. Направление (специальность) 09.04.02,
«Информационные системы и технологии».

Тема выпускной квалификационной работы: «Модуль анализа надежности технических устройств».

Утверждена приказом по университету № _____ от _____ приказ
на темы.

Руководитель ВКР Б. С. Добронек, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры
«Систем искусственного интеллекта» ИКИТ СФУ.

Исходные данные для ВКР:

- материалы преддипломной практики;

Перечень разделов ВКР: пояснительная записка содержит 4 основных
раздела:

а) анализ предметной области;

б) обзор существующих систем;

в) разработка мобильного приложения;

г) ввод приложения в эксплуатацию.

Перечень графического материала: плакаты презентации Microsoft
PowerPoint.

Руководитель ВКР

подпись, дата

Б. С. Добронек

Задание принял к исполнению

подпись, дата

В. А. Головков

« ____ » _____ 2018 г.

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа по теме «Модуль анализа надежности технических устройств» содержит 48 страниц текстового документа и 21 использованный источник.

Цель данной работы является разработка модуля, который дает гарантированную оценку надежности технических устройств имея малый объем статистических данных.

Не смотря на кажущуюся проработанность вопросов надежности и её частного вопроса – отказов. Тема данной работы: «модуль анализа надежности технических устройств» является актуальной так как на сегодняшний день не существует общепринятого метода восстановления распределения отказов по малым объемам статистики.

В результате работы разработан модуль анализа надежности технических устройств, который для наглядности может построить гистограмму, дающую надежную оценку системы по заданной заранее схеме и по статическим неудачам в момент времени, также модуль рассчитывает вероятность безотказной работы в условиях малых статистических данных.

График

Выполнения выпускной квалификационной работы студентом направления 09.04.02 «Информационные системы и технологии», профиля 09.04.02.01 «Информационно управляющие системы».

График выполнения выпускной квалификационной работы приведен ниже в таблице 1.

Таблица 1 – График выполнения этапов ВКР

Наименование и содержание этапа	Срок выполнения	Примечание
Аналитический обзор		
Ознакомление с заданием на ВКР		
Постановка исследовательской задачи		
Аналитический обзор существующих методов восстановления распределения отказов по малым объемам статистики		
Исследование технологии сбора и обработки малого объема потока отказов		
Разработка модуля анализа надежности технических устройств		
Подготовка к защите работы		

Руководитель ВКР

подпись, дата

Б. С. Добронев

Выпускник

подпись, дата

В. А. Головков

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	8
1 Аналитический обзор	10
1.1 Надежность и её характеристики	10
1.2 Отказы технических устройств	14
1.2.1 Этапы жизненного цикла изделия на которых возникают отказы	16
1.2.2 Причины возникновения отказов	18
1.2.3 Виды отказов	19
1.3 Выводы по главе 1	20
2 Аналитический обзор существующих методов расчета вероятности безотказной работы	22
2.1 Численный вероятностный анализ (ЧВА).....	25
2.2 Метод Монте-Карло	26
2.3 Выводы по главе 2	27
3 Оценка отказов и проблема недостатка статистики	29
3.1 Технология сбора и обработки малого объёма потока отказов	31
3.2 Методы восстановления распределения отказов по малым объемам статистики	35
3.3 Расчетные показатели надежности	38
3.4 Достоверная оценка эмпирического распределения функции	42
3.5 Выводы по главе 3	46
4 Разработка модуля дающего гарантированную оценку вероятности при условиях малых выборок.....	48
4.1 Оценки отказов	50
4.2 Расчет ВБР для схемы	51
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	57
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ.....	58
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	59

ВВЕДЕНИЕ

Современная техника имеет сложное устройство, расширенные функциональные возможности и множественное назначение, любой отказ в системе их функционирования может иметь тяжелые последствия, от экономических убытков, до прямой угрозы жизни человека. Отказы технических устройств – это большие потери для потребителей и потеря репутации производителя.

Выбор оптимальных технических решений при проектировании технических устройств, для обеспечения сохранения ими основных технических, эксплуатационных характеристик в течение заданного промежутка времени в определенных условиях эксплуатации — это основная задача теории надежности и менеджмента риска. В целях повышения надежности технических средств необходимо уметь прогнозировать и предотвращать их возможные отказы. На основе анализа накопленной статистики отказов, применяя методы восстановления распределения отказов, можно строить модели работы технических средств и их систем, и на основе таких моделей, выявив возможные отказы и частоту возникновения тех или иных отказов, определять правила безотказной работы объектов.

Имеется достаточно большое количество учебной, монографической и справочной литературы по надёжности, и в ней рассматривается проблема отказов как один из вопросов надежности. Наиболее полно вопросы надёжности представлены в справочнике «Надёжность и эффективность в технике» [1]. В этом справочнике изложены методологические аспекты проблемы надёжности технических изделий, расчётные и организационные методы обеспечения надёжности изделий сложной техники на различных этапах её жизненного цикла, начиная с замысла проектантов до момента старения и списания техники.

По вопросам отказов наиболее интересны работы авторов: Б. В. Гнеденко, Ю. К., Беляева, И. Н. Коваленко; А. Я. Хинчина, Б. В. Васильева, Б. А. Козлова и Л. Г. Ткаченко, М. Липова, Р. Л. Айдемиллера, И. Б. Погожева, П. Франкена, Б. И. Григелиониса, Г. А. Ососкова, Б. С. Добронца, О. А. Поповой.

Также по вопросам надежности существует большое число нормативной литературы. Основным документом, в котором изложен состав системы стандартов по надёжности, является ГОСТ 27.001-95 «Система стандартов «Надёжность в технике». Основные положения».

Не смотря на кажущуюся проработанность вопросов надежности и её частного вопроса – отказов. Тема данной работы: «модуль анализа надежности технических устройств» является актуальной так как на сегодняшний день не существует общепринятого метода восстановления распределения отказов по малым объемам статистики.

1 Аналитический обзор

Предметной областью данной работы является процесс восстановления распределения отказов устройств в условиях малого объема накопленных статистических данных. Для того, чтобы непосредственно осуществить заданное темой исследование, необходимо определить сущность такого явления как отказ устройства. Этому и посвящена данная глава, в которой рассмотрены основные термины и составляющие предметной области, в итоге поставлена цель исследования и определены задачи по её достижению.

1.1 Надежность и её характеристики

Для успешного развития общества на современном этапе возникает создание сложных технических систем (ТС) и устройств с высоким уровнем автоматизации, выполняющих функции управления различных отраслей промышленности и транспорта. В условиях современной экономики автоматизация является одним из основных направлений технического прогресса. И, конечно, улучшение эффективности и качества проектируемых автоматизированных систем управления, систем автоматического управления и т.д., невозможно без повышения надежности технических средств управления. Таким образом, это является первой причиной возрастания фактора надежности в современных условиях развития техники и, в частности, проектировании ТС различного назначения.

К увеличению доли эксплуатационных затрат по сравнению с общими затратами на проектирование, применение и производство этих систем приводит недостаточная надежность ТС. При этом стоимость эксплуатации ТС может во много раз превзойти стоимость их изготовления и разработки. Кроме того, отказы ТС приводят различного рода последствиям: потерям информации, к авариям и, простоям сопряженных с ТС других устройств и

систем т.д. Таким образом, второй причиной повышения роли надежности в современных условиях является экономический фактор.

Третьей причиной, надежность ТС определяется надежностью комплектующих элементов.

И, наконец, последнее. В конечном счете, требующей повышения надежности, является возрастание сложности ТС, аппаратуры их обслуживания, жесткости условий их эксплуатации и ответственности задач, которые на них возлагаются.

Обеспечение надёжности ТС всегда являлось одной из основных инженерных проблем и ей всегда уделялось большое внимание. Однако за последние 50–60 лет проблема обеспечения надежности стала более ценной. Это обусловлено главным образом следующими основными причинами:

- возрастание сложности устройств и появление сложных ТС;
- более медленный рост уровня надежности составляющих элементов по сравнению с ростом числа элементов в устройствах и системах;
- повышение важности выполняемых элементов и устройствами функций и повышение требований к их надежности;
- усложнение условий эксплуатации систем;
- автоматизация процессов производства;
- усиление интенсивности работы режимов.

Фундаментальной задачей теории надежности является выбор наилучших технических решений при проектировании, конструировании, изготовлении, хранении, транспортировке, эксплуатации, монтаже, техническом обслуживании и ремонте, обеспечивающих сохранение основных технических характеристик технических объектов и их элементов в течение необходимого промежутка времени в определенных условиях [1].

Актуальность и сложность этих проблем постоянно возрастает: одно из основных противоречий в развитии техники заключается в том, что увеличение сложности и связанное с ним снижение надежности техники сопровождаются повышением требований к надежности.

В российском стандарте ГОСТ 27.002-89 термин надежность определяется как свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования [2].

Многоцелевое назначение оборудования и систем приводит к необходимости исследовать те или другие стороны надежности с учетом причин, формирующих надежность свойства объектов. Это приводит к необходимости подразделения надежности на виды.

Надежность различают:

- функциональную надежность, связанную с выполнением некоторой функции (либо комплекса функций), возлагаемых на объект, систему;
- эксплуатационную надежность, обусловленную качеством использования и обслуживания;
- аппаратную надежность, обусловленную состоянием аппаратов; в свою очередь она может подразделяться на надежность конструктивную, схемную, производственно-технологическую;
- программную надежность, вызванную качеством программного обеспечения (программ, алгоритмов действий, инструкций и т. д.);
- надежность системы «человек-машина», зависящую от качества обслуживания объекта человеком-оператором.

Надежность является комплексным свойством, которое, в зависимости от назначения объекта и условий его применения включает в себя:

Безотказность — свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки;

Ремонтопригодность — свойство объекта, заключающееся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем технического обслуживания и ремонта;

Долговечность – свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта;

Сохраняемость – свойство объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способности объекта выполнять требуемые функции, в течение и после хранения и транспортирования.

Показателем надежности является количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта.

Под номенклатурой показателей надежности понимают состав показателей, необходимый и достаточный для характеристики объекта или решения поставленной задачи. К числу наиболее широко применяемых показателей надежности относятся:

- вероятность безотказной работы в течение определенного времени $P(t)$;
- наработка на отказ $t_{ср}$;
- средняя наработка до первого отказа $T_{ср}$;
- параметр потока отказов $w(t)$;
- частота отказов $f(t)$ или $a(t)$;
- интенсивность отказов $\lambda(t)$;
- коэффициент готовности K_G .
- функция готовности $K_G(t)$;

Полный состав номенклатуры показателей надежности, из которой выбираются показатели для конкретного объекта и решаемой задачи, установлен ГОСТ 27.002-89 [2].

Показатели надежности характеризуют, в какой степени конкретному объекту присущи определенные свойства, обуславливающие его надежность. Показатели надежности могут иметь размерность или характеризоваться безразмерными величинами.

1.2 Отказы технических устройств

Отказ – событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта [2].

Под отказом понимают полную или частичную потерю изделием работоспособности вследствие недопустимого изменения его свойств, ухода одного или нескольких параметров за пределы установленных норм под влиянием внутренних физико-химических процессов и внешних механических, климатических или иных воздействий; это одно из основных понятий теории надежности [3].

Существует также противоположное понятие – безотказность – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки [4].

Применительно к отказу рассматривают такие критерий, как причины, характер, признаки, последствия.

Причина отказа – явления, процессы, события и состояния, вызвавшие возникновение отказа объекта [2, 4]. Подробно причины отказов рассмотрены в пункте 1.2.2.

Изменения, происшедшие в объекте и ведущие к нарушению его работоспособности определяют характер отказа.

Признак или совокупность признаков нарушения работоспособного состояния объекта, установленные в нормативно технической и конструкторской (проектной) документации представляют собой критерии отказа [1, 4]. В приложении 6 к ГОСТ27.003—90 [5] приведены типичные критерии отказа, к ним отнесены:

- прекращение выполнения изделием заданных функций;
- снижение качества функционирования (производительности, мощности, точности, чувствительности и других параметров) за пределы допустимого уровня;

- искажения информации (неправильные решения) на выходе изделий, имеющих в своем составе ЭВМ или другие устройства дискретной техники, из-за сбоев (отказов сбойного характера);

- внешние проявления, свидетельствующие о наступлении или предпосылках наступления неработоспособного состояния (шум, стук в механических частях изделия, вибрация, перегрев, выделение химических веществ и т.п.).

Признаки отказа проявляются как непосредственные или косвенные воздействия на органы чувств наблюдателя (оператора) явлений, характерные для неработоспособного состояния объекта, или процессов с ними связанных.

К последствиям отказа относятся явления и события, возникшие после отказа и в непосредственной причинной связи с ним. Отказ одной или нескольких составных частей, восстановление или замена которых на месте эксплуатации не предусмотрена эксплуатационной документацией (должна выполняться в ремонтных органах) или снижение наработки на отказ (повышение интенсивности отказов) изделий ниже допустимого уровня могут быть типичными критериями предельных состояний изделий [5].

С отказами связано техническое понимание надежности и безопасности. Оно основано на знаниях:

- вероятности возникновения каждого из событий, отказов, эксплуатационных состояний, условий среды и т.д. в процессе применения;

- всех возможных видов системных отказов в зависимости от особенностей применения и внешней среды;

- вероятности или интенсивности возникновения каждого отказа;

- влияния отказа на функциональные возможности системы;

- последовательности, возможном совпадении отказов;

- ремонтпригодности, с точки зрения времени обнаружения, локализации и восстановления вида отказа; удобства проведения

технического обслуживания частей или компонентов системы, которые сопряжены отказами.

Совокупность признаков, характеризующих последствия отказа, определяется как критичность отказа. Классификация отказов по критичности (например, по уровню прямых и косвенных потерь, связанных с наступлением отказа, или по трудоемкости восстановления после отказа) устанавливается нормативно технической и конструкторской документацией по согласованию с заказчиком на основании технико-экономических соображений и соображений безопасности [2, 4].

Интенсивность и характер отказов изменяются на различных этапах жизненного цикла изделий.

1.2.1 Этапы жизненного цикла изделия на которых возникают отказы

Жизненным циклом сложной технической системы принято называть интервал времени от начала её создания до конца эксплуатации, при этом за начало жизненного цикла принимают зарождение идеи о необходимости создания системы, а конец - снятие системы с эксплуатации [6].

Жизненный цикл изделий состоит из нескольких неразрывно связанных между собой обязательных стадий, которые можно объединить в четыре этапа.

Первый этап - разработка и проектирование; изготовление; испытания и эксплуатация; утилизация. Схематично жизненный цикл изделия отражен на рисунке 1.

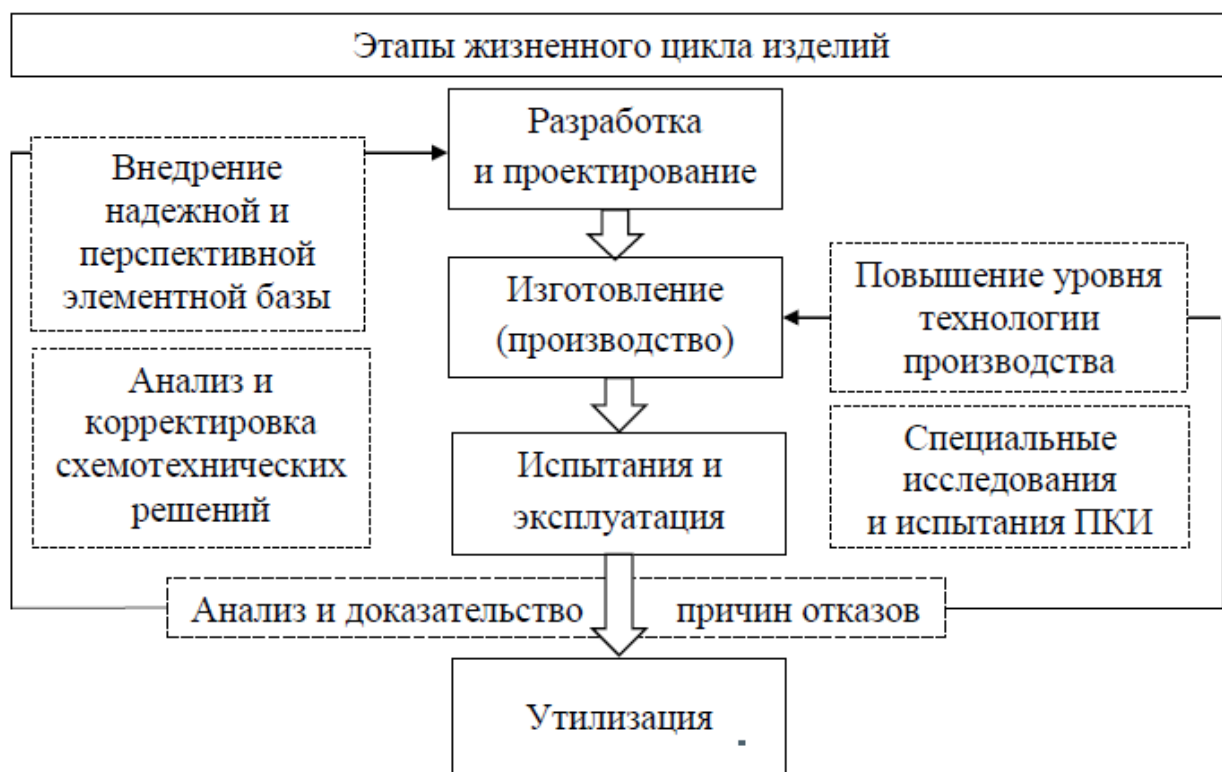


Рисунок 1 – Жизненный цикл изделия

Накопление информации об отказах происходит последовательно на всех стадиях жизненного цикла.

Надежность любого изделия в основном определяется этапом проектирования. Обеспечивается она на этапе изготовления. На остальных этапах уточняется и подтверждается. Важно в рамках каждого этапа заложить как качество и надежность, так и возможные дефекты, и ошибки и соответственно спрогнозировать отказы.

На этапе проектирования безотказность функционирования технических объектов может быть обеспечена за счет конструкторской проработки всей системы и ее отдельных составляющих. Возможные отказы из-за ошибок, допущенных на стадии проектирования, выявляются при проведении ряда испытаний, которые обязательны для изделий ответственного назначения.

На этапе производства отказы могут быть установлены путем контроля качества изделий и в ходе периодических и типовых испытаний, предшествующих передаче изделия в эксплуатацию.

На этапе эксплуатации безотказность функционирования технических объектов может быть обеспечена за счет технического обслуживания (управления эксплуатацией), под которым понимают все мероприятия, направленные на сохранение и восстановление работоспособности, определение и оценка фактического состояния объекта [7].

Для установленных и возможных отказов на каждом этапе вырабатываются меры по их устранению или предотвращению.

Наблюдения за эксплуатацией большого числа однотипных элементов в технических объектах различного назначения, работающих в примерно одинаковых условиях и на схожих по интенсивности нагрузках, показывают, что количество отказов этих элементов различно в разные периоды наработки. Выделяют три периода наработки, которые заметно отличаются количеством отказов и интенсивностью их проявления. На начальном этапе эксплуатации количество отказов постепенно снижается (приработка), затем следует период эксплуатации с примерно постоянным количеством отказов в одинаковые интервалы времени и при дальнейшем увеличении наработки происходит нарастание числа отказов вследствие быстрого накопления повреждений (например, вследствие износа).

1.2.2 Причины возникновения отказов

Причины отказа многообразны они могут быть связаны с нарушением в выполнении каких-либо заданных функций (отказ функционирования), с изменением параметров или характеристик системы, т.е. одна из основных функций выполняется плохо (отказ по параметру) или с недостаточной квалификацией обслуживающего персонала, в результате которой система не удовлетворительно выполняет заданные функции. Так же причинами отказов

объектов могут быть дефекты, допущенные при конструировании, производстве и ремонте, нарушение правил и норм эксплуатации, различного рода повреждения, а также естественные процессы изнашивания и старения [2].

Примерно в 75-80% случаев различные причины отказов дают о себе знать в виде отказа комплектующих элементов. Это психологически влияет на восприятие истинных причин отказов.

По существующим статистическим данным, приводимым в литературе на долю ошибок проектирования, приходится до 40-50% всех отказов. Отказы из-за дефектов производства (ошибки, нарушения в технологии изготовления) возникают в 30-40% случаев. Такие отказы выявляются и устраняются в процессе изготовления или экспериментальной отработки.

В период эксплуатации причины отказов рассматривают по трем стадиям: приработка - начальный период эксплуатации; нормальная эксплуатация; период старения – время близкое к окончанию эксплуатации.

В период эксплуатации примерно 20-30% всех отказов приходится (по зарубежным данным) на долю ошибок оператора.

Повышенное значение интенсивности отказов в первый период эксплуатации объясняется: попаданием в изделие некачественных комплектующих; ошибками, допущенными при монтаже и установке.

В период нормальной эксплуатации чаще всего отказы возникают из-за внешних причин: воздействия среды эксплуатации, человеческий фактор и т.п.

Когда приближается момент окончания нормативного срока эксплуатации причинами отказов в большей степени становится старение (износ) изделия.

1.2.3 Виды отказов

Вид отказа – совокупность возможных или наблюдаемых отказов элемента и системы, объединенных в некоторую классификационную группу по общности одного или нескольких признаков (причины, механизм возникновения, внешние проявления и другие признаки, кроме последствий отказа) [10].

Отказы изделий классифицируются по различным признакам, при этом отказ можно отнести к нескольким видам в зависимости от выбранного классификационного признака. Большинство видов отказов, определяются стандартами [2, 4, 8]., где также дали определение каждого вида отказов.

В соответствии с темой и целью данной работы значимой является классификация отказов по типу и рассмотрение как основного, существенно влияющего на работу объекта, функционального типа отказов. Функциональный отказ определяют, как отказ функционирования элемента, в результате которого выполнение объектом основных функций прекращается. Наступившее прекращение функционирования, не предусмотрено регламентированными условиями производства или конструкторской документацией.

1.3 Выводы по главе 1

Аналитический обзор методов повышения достоверности расчётов показателей надёжности показал, что, одной из ключевых проблем является отсутствие достаточного объёма фактической статистики для осуществления обоснованных расчётов, опираясь на вероятностные показатели. Оперирование показателями, имеющими значительный вклад эпистемической неопределённости, должно отличаться от традиционного, используя как специальные методы формализации, так и специальные методы расчёта. Исходя из этого, осуществим постановку исследовательской задачи в рамках данной магистерской диссертации.

Объект исследования: процесс расчёта показателей надёжности (вероятности безотказной работы) технических устройств в условиях малых выборок.

Предмет исследования: методическое обеспечение процесса расчёта показателей надёжности, в условиях малых выборок.

Гипотеза исследования: применение метода Монте-Карло для расчёта значения показателей надёжности (на примере вероятности безотказной работы) при малой статистике о потоке отказов.

Методологической основой исследования будут выступать: теория надёжности, теория вероятностей и математическая статистика, численный вероятностный анализ, а также ряд действующих нормативных документов, относящихся к методике сбора, обработки, вычислений и интерпретации показателей надёжности.

2 Аналитический обзор существующих методов расчета вероятности безотказной работы

Существует большое количество методов расчета надежности. Основными из них являются:

- логико-вероятностные методы;
- методы, основанные на применении теорем теории вероятностей;
- топологические методы;
- методы, основанные на теории марковских процессов;
- методы интегральных уравнений;
- методы статистического моделирования.

Среди методов, основанных на применении классических теорем теории вероятностей можно выделить следующие:

Метод перебора гипотез применяется в том случае, когда каждый элемент системы может находиться в двух состояниях: состояния работоспособности и состояния отказа. Предполагая, что отказы элементов являются независимыми событиями, находится вероятность каждой гипотезы.

После этого определяется вероятность безотказной работы (ВБР) системы суммированием вероятностей тех гипотез, которые соответствуют работоспособным состояниям системы. Следует отметить, что в силу очень большого числа состояний системы метод прямого перебора гипотез является в достаточной мере трудоемким.

Метод, основанный на применении классических теорем теории вероятностей, применяется для расчета надежности последовательных, параллельных, последовательно-параллельных и других систем в предположении взаимной независимости длительностей безотказной работы элементов системы.

В этом случае, основываясь на теоремах сложения и умножения теории вероятностей, а также на формуле полной вероятности легко найти явные выражения для ВБР.

Метод минимальных путей и минимальных сечений также базируется на теоремах теории вероятностей. Минимальный путь – это такой набор элементов в структуре технического объекта, при котором система исправна, если исправны все элементы этого набора. Отказ любого из элементов ведет к отказу системы. Минимальное сечение – такой набор элементов в структуре, при котором система неисправна, если неисправны все элементы этого набора. Исключение любого элемента из набора переводит систему в исправное состояние. У систем с произвольной структурой может быть несколько минимальных путей и минимальных сечений. Последовательное соединение из n элементов имеет один минимальный путь и n минимальных сечений. Параллельное соединение из n элементов имеет n минимальных путей и одно минимальное сечение.

Методы, основанные на теории Марковских процессов. Эти методы применяются для расчета надежности невозстанавливаемых и восстанавливаемых систем.

В теории надежности обычно исследуются случайные процессы двух видов: моменты отказов и моменты окончания ремонтов системы. Если предположить, что все состояния системы пронумерованы и все распределения времени безотказной работы и времени восстановления отдельных элементов системы являются экспоненциальными, то случайный процесс $X(t)$, равный номеру состояния в момент времени t , является однородным Марковским процессом. Если процесс $X(t)$ характеризует число произведенных ремонтов или число отказов в течение времени t , то он также является однородным Марковским процессом.

Логико-вероятностные методы позволяют оценить надежность по описанию условий работоспособности системы. В данном методе состояние каждого элемента системы кодируется нулем и единицей.

Топологическими являются методы анализа надежности, которые позволяют определить показатели надежности либо по структурной схеме системы, либо по графу состояний, не составляя и не решая уравнений.

Топологическим методам свойственна простота вычислительных алгоритмов, возможность получить приближенные оценки, высокая наглядность процедур определения количественных характеристик надежности. Показатели надежности могут быть вычислены непосредственно по графу состояний. В графе состояний содержится информация о надежности системы.

Топологический метод желательно использовать лишь для расчета стационарных характеристик надежности систем с небольшим числом возможных состояний.

Метод статистических испытаний (Монте-Карло) можно определить, как метод моделирования случайных величин с целью вычисления характеристик их распределений.

В 1878 году, когда появилась работа Холла об определении числа p с помощью случайных бросаний иглы на разграфлённую параллельными линиями бумагу. С этого времени принято считать возникновение идеи использования случайных явлений в области приближённых вычислений.

Отечественные работы по методу Монте-Карло появились в 1955 году. С того времени накопилась обширная библиография по методу Монте-Карло.

Суть метода заключается в том, чтобы экспериментально воспроизвести событие, вероятность которого выражается через число p , и приближённо оценить эту вероятность.

Изначально метод Монте-Карло использовался для решения задач нейтронной физики, когда традиционные численные методы оказывались практически не пригодными. Далее этот метод начали применять к широкому классу задач статистической физики.

Метод Монте-Карло и по сей день продолжает оказывать существенное влияние на развитие методов вычислительной математики (например, развитие методов численного интегрирования) и при решении многих задач успешно сочетается с другими вычислительными методами и дополняет их. Он применяется в первую очередь в тех задачах, которые допускают

теоретико-вероятностное описание, а также в задачах с вероятностным содержанием, так и существенным упрощением процедуры решения.

2.1 Численный вероятностный анализ (ЧВА)

Численный вероятностный анализ (ЧВА) представляет собой раздел вычислительной математики, предметом которого является решение задач со стохастическими неопределенностями в данных в условиях элиторной и эпистемической неопределенности с использованием численных операций над плотностями вероятностей случайных величин и их функций.

Необходимость разработки численных операций, определяющих предмет арифметики, определяется следующими основаниями. Одним из способов представления и описания стохастической неопределенности в данных является функция плотности вероятности. В рамках классической теории вероятностей приводятся аналитические формулы выполнения простейших арифметических операций над случайными величинами. В реальности использование данных процедур или существенно затруднено, или практически невозможно, в следствии наличия малого объёма исходной статистики (эпистемической неопределённости). А поскольку при построении множества возможных решений требует осуществления набора операций над эмпирическими функциями плотности, то применение методов численного вероятностного анализа для данного класса задач, к которым относится и теория надёжности, является вполне оправданным решением. Для разработки арифметики и построения законов распределения функций от случайных аргументов вводится последовательно понятие гистограммной переменной (гистограммного числа) и разрабатываются численные процедуры гистограммной арифметики. Идея гистограммного подхода заключается в следующем: наряду с общими представлениями случайных величин своими плотностями в виде непрерывных функций, можно

рассматривать случайные величины, плотность распределения которых представляет гистограмму.

2.2 Метод Монте-Карло

Метод основывается на использовании значений случайных величин с заданным распределением вероятностей. Сущность метода статистического моделирования состоит в построении алгоритма, имитирующего поведение системы, и реализации этого алгоритма на ЭВМ. В результате статистического моделирования системы получается серия частных значений искомых показателей надежности. Эти значения обрабатываются и классифицируются методами математической статистики, что позволяет получить сведения о надежности реальной системы в произвольные моменты времени. Если количество реализаций N достаточно велико, то результаты моделирования системы приобретают статистическую устойчивость и могут быть приняты в качестве оценок искомых показателей надежности. Теоретической основой метода статистического моделирования на ЭВМ являются предельные теоремы теории вероятностей. Принципиальное значение предельных теорем состоит в том, что они гарантируют высокое качество статистических оценок показателей надежности при весьма большом числе испытаний.

Сущность метода Монте-Карло состоит в следующем: требуется найти значение a некоторой изучаемой величины. Для этого выбирают такую случайную величину x , математическое ожидание которой равно a : $M(X) = a$.

Практически же поступают так: производят n испытаний, в результате которых получают n возможных значений x ; вычисляют их среднее арифметическое $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ и принимают \bar{x} в качестве оценки (приближённого значения) a^* искомого числа a : $a \simeq a^* = \bar{x}$.

Поскольку метод Монте-Карло требует проведения большого числа испытаний, его часто называют методом статистических испытаний. Теория

этого метода указывает, как наиболее целесообразно выбрать случайную величину x , как найти её возможные значения. В частности, разрабатываются способы уменьшения дисперсии используемых случайных величин, в результате чего уменьшается ошибка, допускаемая при замене искомого математического ожидания a его оценкой a^* . $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n$,

где x – случайная величина, x_1, x_2, \dots, x_n – значения, вероятности которых соответственно равны p_1, p_2, \dots, p_n .

Математическое ожидание приближённо равно (тем точнее, чем больше число испытаний) среднему арифметическому наблюдаемых значений случайной величины.

Дисперсией (рассеянием) случайной величины называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания: $D(X) = M[X - M(X)]^2$.

Средним квадратичным отклонением случайной величины X называют квадратный корень из дисперсии: $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$.

2.3 Выводы по главе 2

Показатель надёжности, являясь одной из ключевых характеристик технических систем ответственного назначения, должен рассчитываться, опираясь на научно-обоснованные методы. Аналитический обзор существующих методов позволяет сделать следующие выводы:

- показано, что точность и достоверность расчёта показателей надёжности на прямую зависит от объёма исходной статистики о потоке отказов. При этом сам поток отказов задается функцией плотности вероятностей своих значений. Отмечено, что технические системы ответственного назначения, с одной стороны, имеют повышенные требования к надежности оценки значения ВБР, а с другой – практически

никогда не имеют достаточного объёма статистики отказов для расчета их вероятностных оценок.

- выявлено, что учёт неопределённости в исходных данных, порождённый наличием малого объёма статистики о потоке отказов (эпистемическая неопределённость), требует выбора специальных методов формализации и организации расчётов. Среди существующих методов наиболее перспективным для данного класса задач является численный вероятностный анализ.

- показано, что вычисления в численном вероятностном анализе осуществляются над гистограммами (в нашем случае – эмпирическими функциями плотности вероятностей отказов элементов ТУ) и они могут быть потенциально применены для оценки показателей надёжности.

3 Оценка отказов и проблема недостатка статистики

Большинство современных технических изделий представляют собой сложные системы, состоящие из многочисленных элементов. Неправильная работа любого элемента из-за воздействия разнообразных факторов может стать причиной отказа. При этом каждый фактор в свою очередь зависит от многих причин. Следовательно, существует большая неопределенность места и причины отказа, а сами отказы в большинстве своем являются случайными событиями.

Существующие концепции распределений отказов основаны на разработанных в теории вероятностей непрерывных распределениях. Согласно этим концепциям можно взять любую кривую, площадь под которой равна единице, и использовать ее в качестве теоретической кривой распределения случайной величины.

Вероятность отказа оценивают расчетным путем используя формулу:

$$Q(t) = \frac{n(t)}{N_0} \quad (1)$$

где Q – вероятность отказа;

N_0 — количество наблюдаемых объектов, которые в процессе эксплуатации могут отказывать;

t – момент времени;

$n(t)$ - число объектов отказавших к моменту времени t .

Вероятности отказа и безотказной работы являются событиями несовместными, противоположными, поэтому:

$$Q(t) + P(t) = 1 \quad (2)$$

Где $P(t)$ – вероятность безотказной работы.

Следовательно, плотность вероятности будет:

$$a(\tau) = \frac{n(t)}{N_0 \Delta t} \quad (3)$$

Где $a(\tau)$ – частота отказов / час

Δt – промежуток времени за который фиксируется отказ.

Если промежуток времени фиксирования отказа больше нуля, то получаем:

$$a(\tau) = -P'(t) \quad (4)$$

Поэтому вероятности отказа и безотказной работы можно выразить через частоту отказа:

$$Q(t) = \int_0^t a(\tau) d\tau \quad (5)$$

$$P(t) = 1 - \int_0^t a(\tau) d\tau \quad (6)$$

Вероятность и частоту отказа можно использовать для оценки лишь «восстанавливаемых» изделий или работы до первого отказа. Восстановимым считают изделие, которое при данных условиях после отказа может быть возвращено в состояние, в котором оно может выполнять требуемую функцию.

[11]. Под «данными условиями» понимают климатические, технические или экономические обстоятельства. При этом знаем, что изделие, которое является восстанавливаемым при одних данных условиях, может быть невосстанавливаемым при других.

Определяя количественные характеристики отказов нужно учесть, что по одной и той же исходной статистической информации, но при различных предположениях о статистическом законе распределения отказов можно получить существенно отличающиеся результаты [11].

3.1 Технология сбора и обработки малого объёма потока отказов

При планировании испытаний и эксплуатационных наблюдений используются аналогичные понятия, термины и определения. Так как данные процессы сходны то далее для обозначения процедуры сбора статистических данных об отказах будем использовать один обобщающий термин - наблюдения. В целом процедуры получения данных о надежности регламентирует ГОСТ 27.002-89 [4]. В данном документе указано, что любой процесс сбора данных определяется планом.

План наблюдений устанавливает число объектов наблюдения, порядок проведения наблюдений и критерии их прекращения. Для рассмотрения планов наблюдений вводятся обозначения.

План наблюдений представляется в виде шифра, имеющего три составляющие.

Первая составляющая:

N - число объектов наблюдения.

Вторая составляющая указывает степень и характер восстановления объектов:

U - невосстанавливаемые и незаменимые объекты при наблюдениях в случае отказа;

R - невосстанавливаемые, но заменяемые объекты при наблюдениях в случае отказа;

M - восстанавливаемые при наблюдениях в случае отказа.

Третья составляющая содержит критерии прекращения наблюдений:

t - время или наработка, при истечении которых каждым объектом прекращаются наблюдения;

r - число отказавших объектов, при достижении которого прекращаются наблюдения;

(r, T) - число отказавших объектов или время (наработка), при достижении одного из которых прекращаются наблюдения;

T - суммарное время (наработка) всех объектов, при истечении которого прекращаются наблюдения;

$(r T,)$ - число отказавших объектов или суммарное время (наработка), при достижении одного из которых прекращаются наблюдения.

При сборе информации малого объёма потока отказов одновременно ведутся наблюдения за эксплуатацией N объектов, отказавшие во время наблюдений объекты не восстанавливают и не заменяют (U), наблюдения прекращают при истечении времени наблюдений или наработки T для каждого не отказавшего объекта.

Планы наблюдений могут быть сгруппированы по признаку критерия прекращения наблюдений

При планировании наблюдений производится выбор (определение) элементов системы наблюдений: объектов наблюдения, плана наблюдений, условий эксплуатации, режимов работы, места проведения наблюдений и объемов наблюдений.

Состав объема наблюдений зависит от принятого плана наблюдений: Число объектов наблюдения N и число отказов наблюдаемых объектов r (для планов $[N U r]$, $[N R r]$, $[N M r]$). Число объектов наблюдения и продолжительность наблюдения T (для планов $[N U T]$, $[N R T]$, $[N M T]$).

Необходимую информацию за определенный период времени о наработке объекта, об отказах и повреждениях, о доработках объектов, об условиях эксплуатации можно получить на предприятиях и в организациях, эксплуатирующих объекты. В качестве источников информации о надежности используется эксплуатационная документация: формуляры и паспорта объектов, учетные и отчетные документы, журналы учета отказов и неисправностей, рекламационные и технические акты, журналы, карты-наряды, ведомости дефектации и документы по испытаниям. Основными требованиями, предъявляемыми к исходной информации, являются достоверность, полнота и оперативность. Достоверность заключается в обеспечении объективности всех данных и достигается точным учетом всех

отказов и повреждений, причин их возникновения, последствий и времени восстановления. Полнота информации заключается в том, чтобы получаемая информация, как по числу объектов наблюдения, так и по объему сведений об условиях работы, причинах отказов, способах восстановления, наработке была достаточна для решения поставленных задач. В то же время объем сведений должен быть согласован с их дальнейшим использованием, в них не должно быть ничего лишнего. Чем больше число объектов наблюдений и длительность наблюдения, тем более широкий круг задач может быть рассмотрен. Задача определения закона распределения наработки до отказа требует больше статистической информации, например, чем определение показателей безотказности. Оперативность информации необходима для скорейшего принятия мер по воздействию на процессы разработки, изготовления и эксплуатации объектов. Информацию, полученную при эксплуатации объектов, можно рассматривать как обратную связь в системе регулирования надежности. Что касается объема и характера статистических материалов, то на практике, в большинстве случаев, нет возможности так организовать эксплуатационные наблюдения, чтобы получить данные по надежности необходимого вида и в достаточном объеме, обычно задача заключается в том, чтобы оценить показатели надежности по тому статистическому материалу, который имеется. Рассматривая особенности имеющейся эксплуатационной информации, следует отметить, что она не соответствует в полной мере ни одному из стандартных планов наблюдений. Реальный план наблюдений, соответствующий имеющимся эксплуатационным данным, характеризуется следующим: - переменным числом испытываемых объектов, наблюдаемых на разных интервалах наработки в фиксированные моменты календарного времени (переменность парка); - ограничением наработки объекта техническим ресурсом (до ремонта, межремонтным), приводящим к усеченности выборки; - неодновременным началом и окончанием испытаний отдельных экземпляров объектов. Такой план имеет некоторые общие черты со стандартными

планами [NRT] и [NMT], согласно которым имеется N объектов наблюдения; отказавшие объекты заменяются (R) или восстанавливаются (M), испытания прекращают при наработке T каждого не отказавшего объекта. Имеющаяся эксплуатационная информация по надежности содержит два типа случайных величин (реализаций) наработки объектов, составляющих выборку:

1) реализации, представляющие собой случайные величины наработок до отказа (между отказами). Назовем их "полными" реализациями;

2) реализации, представляющие собой величины безотказных наработок объектов. Это весьма распространенный вид экспериментальных данных, соответствующих случаю, когда испытания (наблюдения) прекращены или объект снят с испытаний до наступления отказа. Назовем их "неполными" реализациями.

В первом случае используется полная выборка и применимы стандартные планы наблюдений.

Во втором случае имеет место цензурированные - событие, приводящее к прекращению эксплуатационных наблюдений объекта до наступления отказа (предельного состояния). При формировании выборки объектов обоих видов реализаций образуется цензурированная выборка, элементами которой являются значения наработок до отказа (полные реализации) и наработок до цензурирования (неполные реализации). Различаются однократно и многократно цензурированные выборки. В однократно цензурированной выборке значения всех наработок до цензурирования равны между собой и не меньше наибольшей наработки до отказа. Многократно цензурированная выборка характеризуется значениями наработок до цензурирования, не равными между собой.

3.2 Методы восстановления распределения отказов по малым объемам статистики

В практике создания современных высокотехнологичных изделий часто возникает необходимость использовать массивы данных, обосновывающих применение тех или иных конструктивных, технологических и иных решений. Предусматривать поведение отдельных элементов изделия и их влияние на работу объекта в целом на основе данных о работе подобных объектов в реальных условиях и по данным экспериментов, испытаний. Для этих целей накапливаются результаты длительных наблюдений, сигналы от нескольких датчиков, измеряющих одну и ту же величину.

Алгоритм обработки полученных данных зависит от размера информационного массива.

Длительность пребывания ТУ в нештатных режимах кратковременна и отражается весьма ограниченным объемом данных. При этом информационные массивы представляют собой реализации случайных величин или случайных процессов. Подобная статистика связана с тем, что число действующих объектов ограничено, очень мало, проведения испытаний на образцах невозможно: не все реальные условия эксплуатации можно воспроизвести на стендах; создание изделия дублера для отработки режимов на отказ экономически неоправданно; каждое изделие даже в случае серийного производства имеет свои особенности.

Специалисты, исследуя производство и эксплуатацию дорогостоящих и высоконадежных технических изделий единичного, мелкосерийного производства получают в свое распоряжение небольшие объемы данных характеризующих работу подобных объектов. Количество информации, как правило, недостаточно для заданной точности и достоверности в решаемых задачах, а получить данные сверх имеющегося объема нет возможности.

Эти обстоятельства обуславливают необходимость разработки математического аппарата способного извлечь информацию из наличествующих данных, проведя их обработку. Из теории вероятностей известно, что исчерпывающее описание случайной величины дается законом ее распределения – правилом, позволяющим определять вероятность попадания этой величины в любую заданную область ее значений. Закон распределения случайной величины (распределение) может быть задан с помощью любой из двух взаимно однозначно связанных между собой функций: функции распределения и плотности вероятности.

Для определения закона распределения необходимо вычислить количественные характеристики случайной величины по конечной выборке; оценить моменты случайной величины; проверить статистические гипотезы; оценить статистические зависимости.

При анализе имеющейся информации ограниченного объема в условиях различного вида неопределенностей задача оценивания функции распределения представляет существенную проблему. Основным методом ее решения в таких условиях является построение эмпирической функции распределения, имеющей вид ступенчатой функции. Умение строить хорошую (в вероятностном смысле) оценку функции распределения при малых выборках дает возможность вычислять хорошие оценки моментов случайной величины и более уверенно, т.е. с меньшими ошибками первого и второго рода, принимать решение при проверке статистических гипотез

Алгоритм построения гистограммы на неравных интервалах заключается в следующем. По одной из известных формул определяется оптимальное количество интервалов.

Ни одна из имеющихся формул определения числа интервалов для построения гистограммы не обеспечивает точного расчета. Все они дают различные результаты, представляющие не целое число, а искомое количество интервалов группировки должно быть числом целым. Округление в сторону большего или меньшего приближенного числа дает

искажение. При этом для малого объема данных округления в сторону большего целого дает неудовлетворительное приближение, а порой и невозможно. Рекомендуется использование округления в сторону меньшего целого.

При расчете числа интервалов с равной вероятностью, распространённой является формула Уильямса, которая при уровне значимости 0,1 имеет вид формулы:

$$K = 1,9n^{0,4} \quad (7)$$

После определения количества разбиений, выборка упорядочивается по возрастанию и определяется количество элементов, которые должны попасть в каждый интервал группировки:

$$N = \frac{n}{k} \quad (8)$$

В случае если результат является нецелым числом, необходимо воспользоваться простым техническим приемом, округление до ближайшего целого значения и в каждый интервал группировки поместить полученное число элементов, а в последний интервал оставшиеся значения выборки. Тогда получим: каждый интервал до последнего строится таким образом, что:

$$[C_j; C_{j+1}] \quad (9)$$

$$C_{j+1} = C_j + \Delta C \quad (10)$$

$$\Delta C = \frac{(C_{k+1} - C_1)}{k} = N = const \quad (11)$$

Последний интервал будет получен как:

$$[C_{n-1}; C_n] \quad (12)$$

$$C_n = C_{n-1} + \Delta C' \quad (13)$$

$$\Delta C' = n - N \cdot (k - 1) \quad (14)$$

Также можно использовать и более равномерное распределение элементов по интервалам, например, следя за тем, чтобы количество элементов выборки в соседних интервалах группировки не отличалось более чем на один.

По результатам проделанной работы имеем:

- k интервалов группировки;
- в каждом интервале находится N элементов выборки.

3.3 Расчетные показатели надежности

Выбор количественных характеристик надежности зависит от вида объекта, поэтому основные показатели надежности отдельных объектов можно разбить на две группы:

- показатели, характеризующие надежность невосстанавливаемых объектов;
- показатели, характеризующие надежность восстанавливаемых объектов.

Невосстанавливаемые объекты могут иметь только один отказ. Эти объекты в процессе выполнения своих функций не допускают ремонта, и если происходит отказ такого объекта, то выполняемая операция считается сорванной. При совместном рассмотрении множества однотипных объектов

время работы любого объекта до наступления 1 – го отказа T_0 (наработка до отказа) будет являться величиной случайной, наиболее полно характеризующейся законом распределения этой случайной величины.

Закон распределения случайной величины может быть представлен либо в виде плотности распределения $f(t)$, либо в виде функции распределения $F(t)$.

Свойствами плотности распределения случайной величины являются:

$$f(t) \geq 0, \quad \int_0^{\infty} f(t)dt = 1 \quad (15)$$

Нижний предел интегрирования взят равным 0, т.к. наработка до отказа не имеет отрицательных значений.

Функция распределения наработки до первого отказа определяется по формуле:

$$F(t) = P(T_0 < t) = \int_0^t f(t)dt \quad (16)$$

где $F(t)$ – вероятность попадания значений случайной величины на интервал $(0, t)$

Если $t_2 < t_1$, то $F(t_2) \leq F(t_1)$. Кроме того, $0 \leq F(t) \leq 1$.

Плотность распределения $f(t)$ связана с функцией распределения следующим соотношением:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \quad (17)$$

Основными показателями надежности для невосстанавливаемых объектов являются следующие:

- вероятность безотказной работы – $P(t)$;
- средняя наработка до отказа – $t_{ср}$;

- интенсивность отказов – $\lambda(t)$.

Эти показатели являются «единичными» показателями надежности, так как характеризуют только одно из свойств, входящих в понятие надежности, - безотказность.

Перечисленные показатели надежности могут быть найдены либо по известному закону распределения наработки до отказа, либо приближенно опытным путем по результатам испытаний однородных объектов на надежность.

вероятность безотказной работы – $P(t)$;

средняя наработка до отказа – $t_{ср}$;

интенсивность отказов – $\lambda(t)$.

Эти показатели являются «единичными» показателями надежности, так как характеризуют только одно из свойств, входящих в понятие надежности, - безотказность.

Перечисленные показатели надежности могут быть найдены либо по известному закону распределения наработки до отказа, либо приближенно опытным путем по результатам испытаний однородных объектов на надежность.

Вероятность безотказной работы по статистическим данным об отказах оцениваются выражением

$$P(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} \quad (18)$$

где N_0 – общее число испытываемых объектов;

$n(t)$ – число объектов, отказавших за время t .

При $N_0 \rightarrow \infty$, $P^*(t) = P(t)$, т.е. при увеличении числа испытываемых объектов статистическая оценка практически совпадает с вероятностью безотказной работы $P(t)$.

Средняя наработка до отказа определяется как математическое ожидание до отказа:

$$t_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} P(t) dt \quad (19)$$

Геометрически $t_{\text{ср}}$ соответствует площади, ограниченной сверху кривой $P(t)$. Если кривая $P(t)$ построена по опытным данным, то путем замера площади можно найти приближенно $t_{\text{ср}}$.

Средняя наработка на отказ – это отношение наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течении этой наработки

$$T_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{\text{ср}} \quad (20)$$

где $t_{\text{ср}} i$ – время исправной работы между отказами объекта;

n – число отказов объекта.

Частота отказов или плотность вероятности безотказной работы статистически определяется с помощью выражения

$$f(\Delta t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t} \quad (21)$$

где $\Delta n(\Delta t)$ - число отказов за интервал времени Δt ;

N_0 - число объектов в начале испытаний.

Интенсивность отказов – это отношение числа отказавших объектов в единицу времени к среднему числу объектов, продолжающих исправно работать в данный интервал времени

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{\bar{N}(t) \cdot \Delta t} \quad (22)$$

где $\bar{N}(t) = \frac{N_{i-1} + N_i}{2}$ – среднее число объектов, продолжающих исправно работать в данный интервал времени (Δt).

Рассмотренные показатели надежности позволяют достаточно полно оценить надежность невосстанавливаемых объектов, а также и восстанавливаемых при их работе до первого отказа. Наличие нескольких показателей вовсе не означает, что всегда нужно оценивать надежность объектов по всем показателям.

Интенсивность отказов – наиболее удобная характеристика надежности простейших элементов, так как она позволяет достаточно просто вычислять количественные характеристики сложной системы.

3.4 Достоверная оценка эмпирического распределения функции

Пусть (x_1, \dots, x_n) реальная случайная величина с общей интегральной функцией распределения F_t . Тогда функция эмпирического распределения F_n определяется как

$$F_n(t) = \frac{m_t}{n} \quad (23)$$

Где m_t – это количество элементов $x_i < t$.

Пусть $z_i = F(x_i), i = 1, \dots, n$. Тогда $z_i, i = 1, \dots, n$ равномерное распределение случайной величины. Если $z_1 \leq z_2 \leq \dots \leq z_n$ то ожидаемое значение $M[z_i] = i/(n + 1)$. Затем используются точки $(x_i, i/(n + 1))$ Для построения аппроксимации функции кумулятивного распределения $F(t)$. Для этого используется сплайн S .

Пусть $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n < b = x_{n+1}$ тогда

$$s(x_i) = \frac{i}{n+1}, i = 1, \dots, n, s(a) = 0, s(b) = 1. \quad (24)$$

граничные условия

$$s^i(a) = 0, \quad s^i(b) = 0. \quad (25)$$

Заметим, что если вместо $i/(n+1)$ использовать их точные значения z_i , то кубический сплайн $\{x_i\}$ с шагом $h = \max(x_{i+1} - x_i)$, $i = 0, \dots, n$ удовлетворяет оценке

$$\|F^\vartheta - s^\vartheta\| \leq h^{4-\vartheta} \|F^4\|, \quad \vartheta = 0, 1, 2. \quad (26)$$

Таким образом, даже при малом n можно построить довольно точное приближение для F . Задача построения сплайна сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей.

$$\lambda_i m_{j-1} + 2m_j + \mu_j m_{j+1} = d_j, \quad (27)$$

$$2m_0 + m_1 = \frac{3(z_1 - z_0)}{h_1} - \frac{h_1 z_0^2}{2}, \quad (28)$$

$$2m_N + m_{N-1} = \frac{3(z_N - z_{N-1})}{h_N} - \frac{h_N z_N^2}{2}, \quad (29)$$

$$d_i = 3\lambda_j(z_j - z_{j-1})/h_j + 3\mu_j(z_{j+1} - z_j)/h_{j+1}, \quad j = 1, \dots, N-1 \quad (30)$$

Где $m_i = s'(x_i)$.

Матрицы этих систем детерминированы, а правые части содержат случайные переменные. Таким образом, решение детерминированной матрицы $m_i, i = 0, \dots, N$ может быть представлена как линейная комбинация элементов правой стороны.

В результате кубический сплайн на интервалах $[x_{i-1}, x_j]$, $j = 1, \dots, N$ имеет представление:

$$s(x) = m_{j-1}(x_j - x)^2(x - x_{j-1})/h_j^2 - m_j(x - x_{j-1})^2(x_j - x)h_j^2 + \\ z_{j-1}(x_j - x)^2(2(x - x_{j-1}) + h_j)/h_j^3 + z_j(x - x_{j-1})^2(2(x_j - x) + h_j)/h_j^3, (31)$$

Пусть p_z - совместное распределение плотности вектора (z_1, z_2, \dots, z_n) . Затем, заменив z их совместной плотности вероятности и используя численный вероятностный анализ, получится оценки плотности вероятности для компонент m_i далее строим вероятностное расширение кумулятивной функции распределения. Вероятностное расширение может быть представлено в виде P-box гистограммы, а затем использовано для численного анализа.

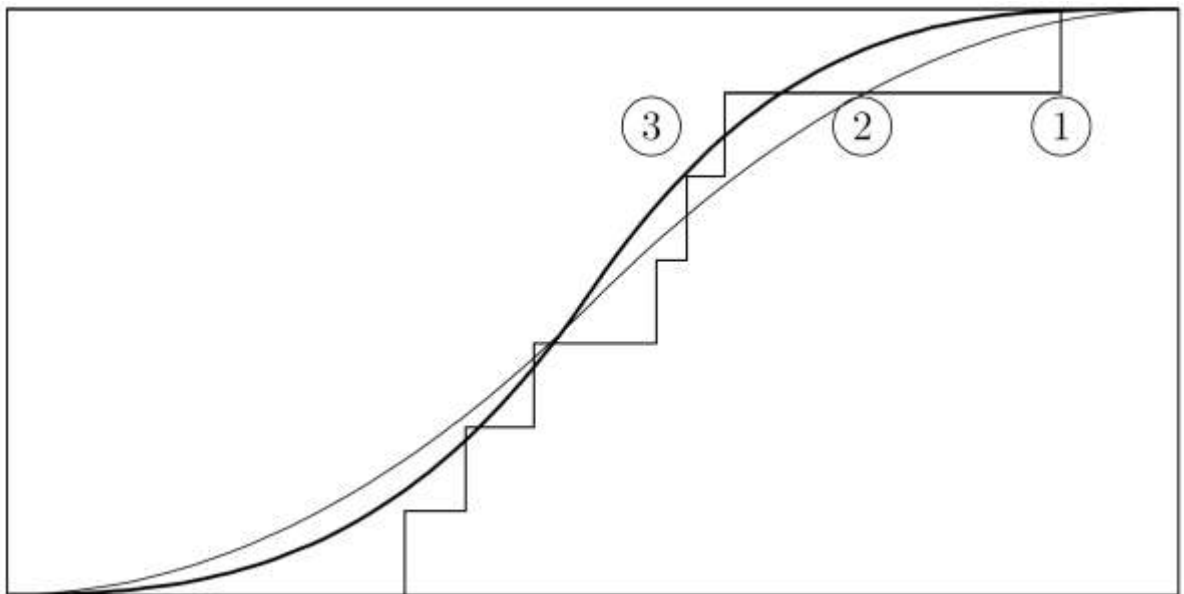


Рисунок 1: Сглаживание эмпирической кумулятивной функции распределения

На рисунке 1 показан пример сглаживания эмпирической кумулятивной функции распределения размера выборки $n = 7$ распределенных по треугольному закону на отрезке $[0,2]$, с вершиной $(1,1)$. Где линия (1) эмпирическая, линия (2) является точной, линия (3) является сглаженной.

На рисунке 2 показан P-box гистограммы, где значения плотности вероятности являются оттенками серого.

Для некоторых случайных функций введем следующие понятия. Пусть случайная функция имеет вид:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n a_i g_i(x), \quad (32)$$

где a_i - случайные константы, $g_i \in C^m[a, b]$. Тогда производная $f(x)$, определенная таким образом:

$$\partial^k f(x) = \sum_{i=1}^n a_i g_i^{(k)}(x), \quad k = 0, \dots, m. \quad (33)$$

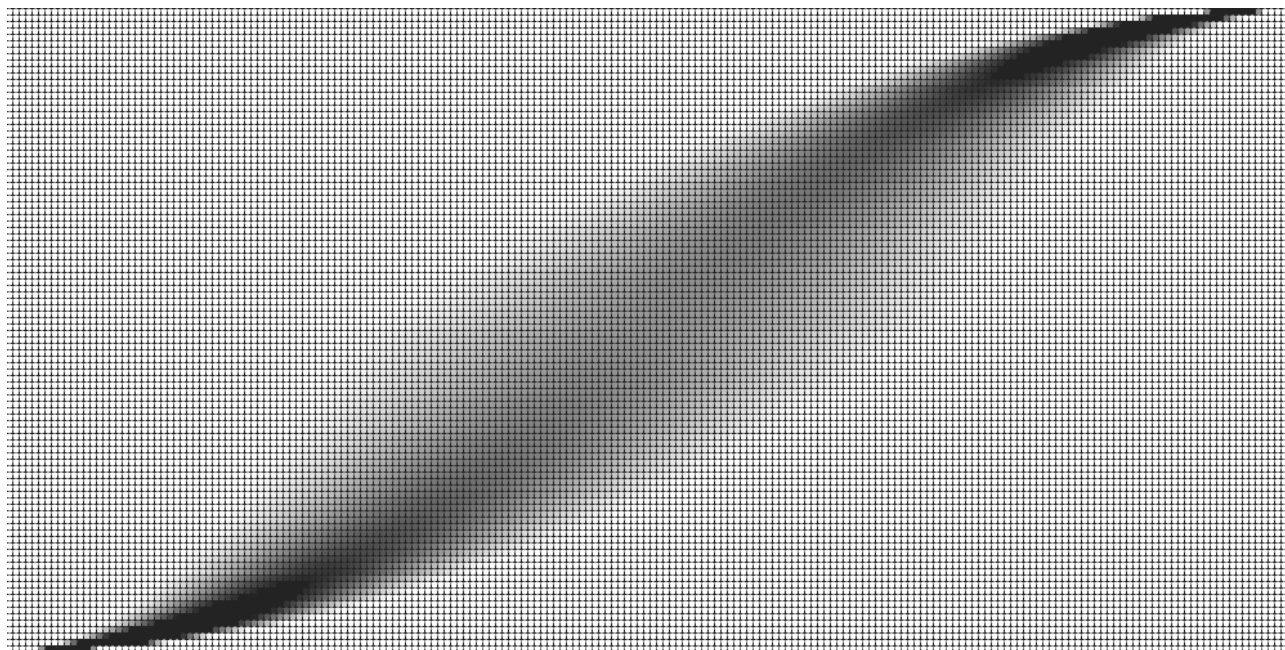


Рисунок 2: Вероятностное расширение кумулятивной функции распределения.

Таким образом, дифференцируя вероятностное расширение кумулятивной функции распределения, получаем вероятностное расширение функции плотности вероятности.

3.5 Выводы по главе 3

Пользуясь методом Монте-Карло и имея ξ статических неудач сгенерируем для каждой ξ свое упорядоченное значение z , где z – вероятность отказа в момент времени t . Далее с помощью полученных точек проводим сглаживающий сплайн и дифференцируем его. В результате получается λ в виде точки. Таким образом рассчитываем 10000 точек. По

полученным точкам строим гистограмму, которая дает надежную оценку технического устройства.

4 Разработка модуля дающего гарантированную оценку вероятности при условиях малых выборок

С помощью интегрированной среды разработки и проприетарного программного обеспечения Visual Studio был разработан модуль анализа надежности технических устройств. На Рисунке 2 показан фрагмент работы модуля.

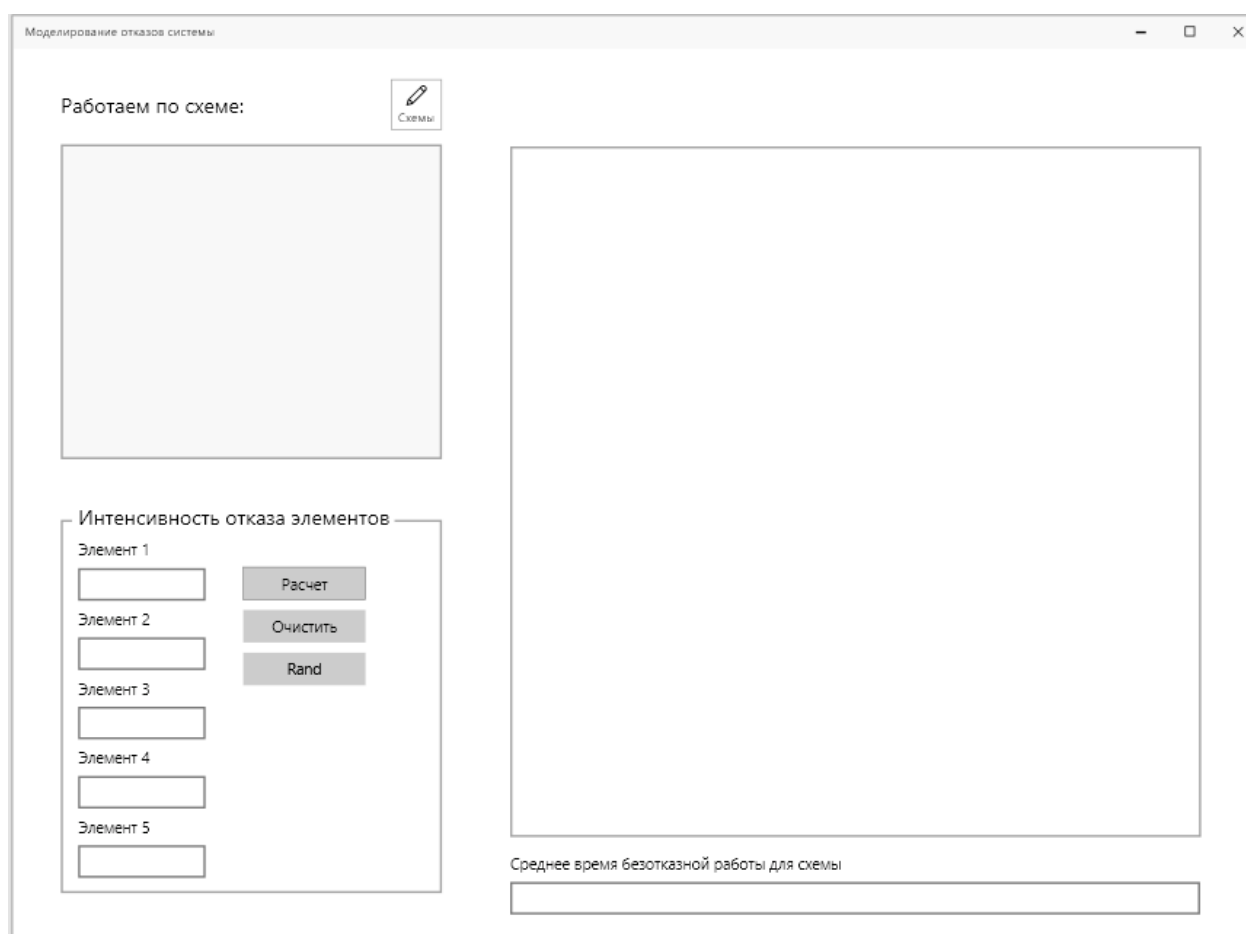


Рисунок 2 – Фрагмент работы модуля

Модуль содержит три основных блока:

- инструмент выбора схемы, по которой будет работать модуль. Схема выбирается из списка доступных вариантов, которые представлены на рисунке 3. Все схемы модуля внесены в него заранее и не могут быть изменены пользователем;

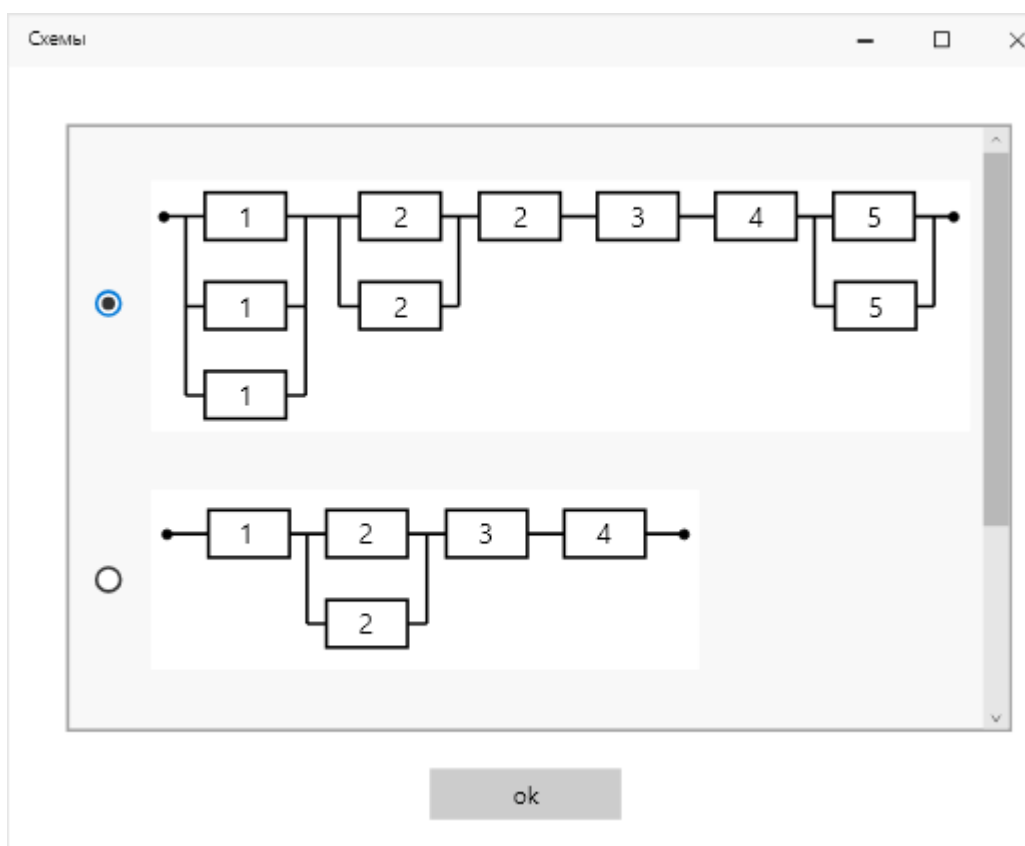


Рисунок 3 – Окно выбора схемы

- блок интенсивности отказов — в нем осуществлен ввод входных параметров, по которым будет проводиться расчет;
- блок результатов в котором выводится не просто вероятность отказа, а границы отказа в виде гистограммы, которая в свою очередь дает надежную оценку.

Работа модуля происходит следующим образом. Пользователем вводятся с клавиатуры входные данные о статических неудачах, полученных эмпирически либо заданных случайно с помощью кнопки «RAND» Далее задача решается с помощью метода Монте-Карло. Генерируется ξ случайных значений и упорядочивается по порядку. Где ξ — количество входных данных. Задача сводится к нахождению z с помощью формулы 40. Подробное нахождение описано в главе 3. В конце задача уничтожается.

4.1 Оценки отказов

Вероятность безотказной работы $P(t)$ - вероятность того, что в течение заданного рабочего времени нет отказа. Время работы — это продолжительность или объем работы. Частота отказа — это показатель сбоя за единицу времени. Частота отказов зависит от распределения отказа, которое представляет собой кумулятивную функцию распределения, которая описывает вероятность отказа до момента времени t

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \leq \xi < t + \Delta t | t \leq \xi)}{\Delta t} = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)}. \quad (39)$$

При этом $f(t) = P'(t)$ и $\lambda(t) = -\frac{P'(t)}{P(t)}$.

Рассмотрим численное моделирование частоты отказов. Пусть $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ - статистические неудачи, полученные эмпирически. Получается, что:

$$-\ln(z_i) = \int_0^{\xi_i} \lambda(\xi) d\xi, \quad (40)$$

где $z_i = P(\xi_i)$. Для поиска $\lambda(t)$ используется метод наименьших квадратов. Пусть $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$ - линейно независимые функции, и $\lambda(t)$ задается как:

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^m a_i \varphi_i(t). \quad (41)$$

Чтобы найти неизвестные коэффициенты a_1, a_2, \dots, a_m ;

$$\phi(a_1, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^n (z_i - \sum_{j=1}^m a_j \varphi_j(\xi_i))^2 \rightarrow \min. \quad (42)$$

Задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений

$$A\vec{a} = b, \quad (43)$$

Где $A = (a_{ij})$ является матрицей Грама, $\vec{a} = a_1, a_2, \dots, a_m$, $b = (b_i)$ $a_{ij} = (\varphi_i, \varphi_j)$, $b_i = (z, \varphi_i)$ и $(x, y) = \sum_{i=1}^n x(\xi_i)y(\xi_i)$.

Используя вместо z_1, z_2, \dots, z_n их совместную функцию плотности вероятности $p(z_1, z_2, \dots, z_n)$, можно построить вероятностные расширения $\lambda(t)$.

4.2 Расчет ВБР для схемы

Для примера рассмотрим структурную схему надежности, представленную на рисунке 2.

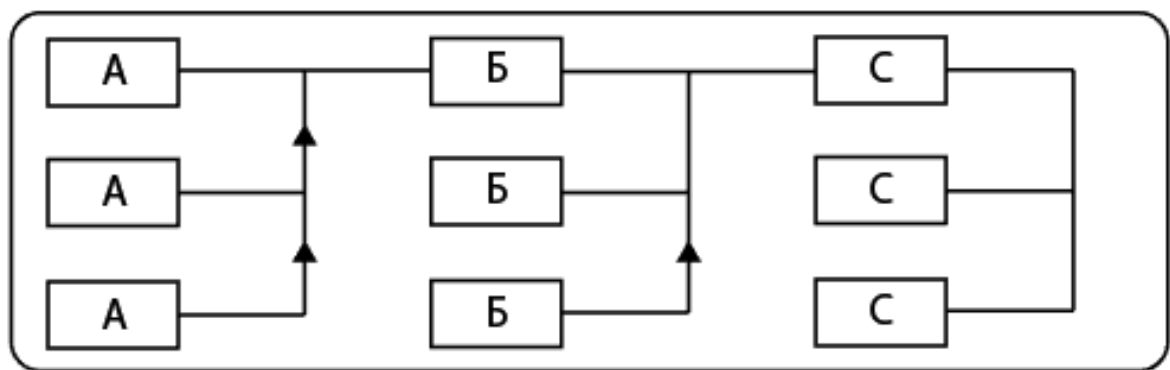


Рисунок 2 – Структурная схема надежности системы

На рисунке 2 видно, что имеем 3 последовательно соединённых блоков; где блок А имеет ненагруженный резерв (троирован), блок Б имеет ненагруженный резерв (2 комплекта) и 1 нагруженный блок, С имеет мажоритарную схему (троирован),.

На данном примере разберем поведение технической системы всего срока активного существования и также получим статистически устойчивый набор результатов.

Методы исследования и оценки надежности технических систем четко разделяются на три группы: аналитические, экспериментальные, статистического моделирования.

Для постановки задачи воспользуемся аналитическим методом, который очень близок с методом статистического моделирования. Заметим, что способы получения результатов существенно различаются, но методы имеют сходство в том, что тот и другой требует наличия данных о надежности компонентов системы. Метод статистического (имитационного) моделирования состоит в генерировании случайных отрезков времени безотказной работы и времени восстановления отдельных компонентов ТС и «искусственном» воспроизведении таким образом процесса функционирования данной системы.

Для осуществления статистического моделирования воспользуемся методом Монте-Карло, который представляет собой математическую методику, предназначенную для имитации псевдослучайных величин. Данный метод статистического моделирования, основан на идее “черного ящика” и применим в данной ситуации.

Исходными данными для просчёта модели будут:

- Заложенный срок активного существования системы – САС.
- Интенсивность отказа для каждого элемента системы - $\lambda_{э}$.
- Количество повторов моделирования поведения системы - r .
- Указание присутствия в системе возможности функционального резервирования.

Далее перейдём к созданию модели.

Для проведения исследования была разработана программа, имитирующая отказ оборудования исследуемой системы во времени.

Программа позволяет, задавая различные начальные условия, наблюдать поведение системы во времени.

Таблица 1 – Результаты моделирования отказов системы

Прогон	Часы	Месяцы
1	28630	39,219135
2	389	0,532876
3	732	1,002740
4	32651	44,727348
5	2065	2,828764
...
100	6318	8,668484

При каждом повторе (r) для каждого элемента системы выполняется:

1. Генерация случайных чисел m высокой точности (до 6 знака после запятой) в диапазоне от 0 до 1 для каждого часа t активного существования.
2. Сравнение полученного числа m с интенсивностью отказа для данного элемента λ .
3. При выпадении числа m меньшего, чем интенсивность отказов λ , моделируется ситуация выхода из строя рассматриваемого элемента и замены его на резервный.
4. В случае отсутствия/выхода из строя резервных элементов, задействованных при выполнении имитируемых функций, программа завершает текущий розыгрыш, и выводит сообщение о полном выходе из строя системы.

В результате моделирования было проведено 100 розыгрышей r . результаты повторов (статистика отказов) приведены в таблице 3.

С использованием программы MS Excel был произведен расчет количества отказов на каждый месяц работы системы, а также рассчитано

распределение этих отказов в интервале от $[0;1]$. Результаты приведены на рисунке 3.

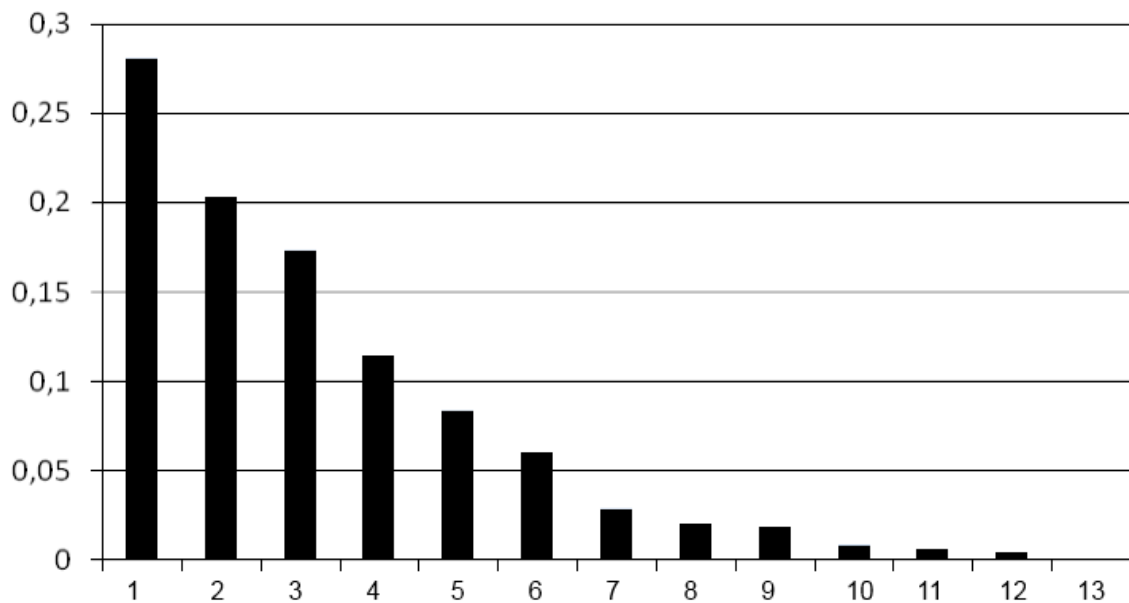


Рисунок 3 – График функции плотности вероятностей отказов системы

Для вычисления показателей надежности требуется выборка, содержащая сведения о работе системы на определенном интервале времени. Для сравнения был выбран показатель надежности как среднее время безотказной работы m_t^* , исходя из того, что для определения m_t^* по формуле (10) известны моменты выхода из строя системы.

Среднее время безотказной работы системы по статистическим данным оценивается выражением

$$m_t^* \approx \sum_{i=1}^m n_i t_{cp.i}, \quad (44)$$

где n_i - количество вышедших из строя изделий в i -ом интервале времени;

$$t_{cp.i} = (t_{i-1} + t_i) / 2; \quad (45)$$

$$m = t_k / \Delta t; \quad (46)$$

$$\Delta t = t_{i+1} - t_i; \quad (47)$$

t_i - время конца i -го интервала;

t_{i-1} - время начала $i-1$ -го интервала;

t_k - время, в течение которого вышли из строя все изделия;

Δt - интервал времени.

Произведем расчет среднего времени безотказной работы для системы (Таблица 2).

Таблица 2 – Количества отказов системы по интервалам времени

t_i	n_i	t_i	n_i
0-1	378	7-8	31
1-2	304	8-9	24
2-3	248	9-10	9
3-4	186	10-11	7
4-5	127	11-12	3
5-6	77	12-13	0
6-7	49		

В данном случае

$$\begin{aligned} t_{cp.1} = 0,5; t_{cp.2} = 1,5; t_{-p.3} = 2,5; t_{-p.4} = 3,5; t_{-p.5} = 4,5; t_{-p.6} = 5,5; t_{-p.7} = 6,5; t_{-p.8} = 7,5; t_{-p.9} = 8,5; \\ t_{-p.10} = 9,5; t_{-p.11} = 10,5; t_{-p.12} = 11,5; t_{-p.13} = 12,5 \end{aligned} \quad (48)$$

$$N=100$$

$$m=13$$

Используя формулу (44), получим

$$m_i^* \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i \cdot t_{cp.i} = \frac{378 \cdot 0,5 + 304 \cdot 1,5 + 248 \cdot 2,5 + 186 \cdot 3,5 + 127 \cdot 4,5 + 77 \cdot 5,5 +}{100}$$

$$\frac{+ 49 \cdot 6,5 + 31 \cdot 7,5 + 24 \cdot 8,5 + 9 \cdot 9,5 + 7 \cdot 10,5 + 3 \cdot 11,5 + 0 \cdot 12,5}{} = 38,595 \quad (49)$$

Таким образом, среднее время безотказной работы для системы **38,595** месяцев (≈ 29175 часов).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для подтверждения показателей надежности технических устройств необходимо применение методов восстановления распределения сбоев по малым объемам статистики.

Аналитические методы восстановления распределения неприемлемы для малых статистик, так как при уменьшении количества входных параметров возрастает ошибка данных методов.

Для восстановления распределений сбоев по малому объему выборки была рассмотрена методика применения метода Монте-Карло.

Для удобства применения предложенной методики, а также повышения точности рекомендуется разработать программное обеспечение.

Поскольку технические устройства в большинстве своем являются сложными многоуровневыми системами, то восстановление распределения сбоев лучше проводить для каждой отдельной подсистемы. А также необходимо учитывать особенности эксплуатации изделия, учитывая график смены режимов работы, и плановые отключения, чтобы исключить их попадание в восстановленную функцию распределения в виде сбоев в работе. Для этого исходные данные должны быть подвергнуты цензурированию. В ходе, которого необходимо выяснить является ли изменение режима работы системы запланированным, на каком уровне системы произошел сбой, является ли он сбоем рассматриваемой подсистемы, или нет. После того как выявлены сбои и их принадлежность к той или иной подсистеме исходные данные можно пускать в дальнейшую работу. Это позволит дать точную оценку работоспособности изделия в определенный период смоделированного временного ряда. Понять, как изменится работоспособность системы, и разработать рекомендации по выводу системы из критических состояний.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Dobronets B., Popova O. Numerical probabilistic approach for data nonparametric analysis / B. Dobronets, O. Popova // В сборнике: Applied methods of statistical analysis. Nonparametric approach. Proceedings of the international workshop. – 2015. – С. 376-384.
- 2 Копытов, И.В. Моделирование потока отказов по малому объему статистики / И.В. Копытов // Евразийский союз ученых: ежемесячный научный журнал / в печати – 2016.
- 3 Чевер, А.А. Подходы к обработке экспериментальных данных в условиях ограниченной информации / А.А. Чевер // Научные исследования и разработки молодых ученых Институт космических и информационных технологий Сибирского федерального университета, г. Красноярск – 2015. - №7. - С. 137-140.
- 4 1 Dobronets, B.S. Numerical Probabilistic Analysis under Aleatory and Epistemic Uncertainty / B.S. Dobronets, O.A. Popova // Reliable Computing. 2014. Vol. 19. – pp. 274–289.
- 5 ГОСТ 27.002-89 Надежность в технике. Основные понятия, термины и определения. – Введ. 01.07.90.
- 6 ГОСТ 27.003-90 Надежность в технике. Состав и общие правила заданий требований по надежности. – Введ. 01.01.92.
- 7 ГОСТ Р 51897-2002 Менеджмент риска. Термины и определения. – Введ. 16.11.2011.
- 8 ГОСТ Р 51901.5-2005 Менеджмент риска. Руководство по применению методов анализа надежности. – Введ. 30.09.2005.
- 9 ГОСТ Р 51901.1-2002 Управление надежностью. Анализ риска технологических систем. – Введ. 07.06.2002.
- 10 ГОСТ Р 51901.12-2007 Метод анализа видов и последствий отказов. – Введ. 27.12.2007.

- 11 Половко, А.М., Гуров, С.В. Основы теории надёжности, БХВ-Петербург – 2006г.
- 12 Ермаков, С.М. Метод Монте-Карло в вычислительной математике. Санкт-Петербург, 2009г.
- 13 Углев, В.А. Проблема возрастания вклада погрешностей в методах оценки надёжности сложных технических объектов / Интеллект и наука: Материалы XIII Международной научной конференции. - Железногорск: Железногорский филиал СФУ, 2013. – С. 128-129. [Электронный ресурс]. - <http://www.tnnm.ru/nadezhnost/methodex/methodex8.html>.
- 14 Добронет, Б.С. Интервальная математика: учеб. пособ. / Б.С. Добронет. – Красноярск: КГУ, 2004. – 216 с.
- 15 Добронет, Б.С. Надёжность информационных систем: учеб. пособ. / Б.С. Добронет. – Красноярск: СФУ, 2012. – 159 с.
- 16 Добронет, Б.С. Численный вероятностный анализ неопределённых данных: монография / Б.С. Добронет, О.А. Попова. – Красноярск: Сиб. федер. Ун-т, 2014. – 167 с.
- 17 Uglev, V.A. The accuracy calculation control of reliability indices for equipment responsible appointment / V.A. Uglev, O.A. Popova, B.S. Dobronets // International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). – Omsk: OmGTU, 2015. – pp. 5-8. DOI: 10.1109/SIBCON.2015.7147248.
- 18 Абрамов, О.В. Мониторинг и прогнозирование технического состояния систем ответственного назначения / Абрамов О.В. // Информатика и системы управления. 2011. – № 2. – С. 4–15.
- 19 Антонов, А.В. Интервальная оценка характеристик надёжности уникального оборудования / А.В. Антонов, К.Н. Малковик, И.А. Чумаков // Фундаментальные исследования. — №12. 2011. – С. 71–76.
- 20 Крянев, А. В. Математические методы обработки неопределённых данных / А. В. Крянев, Г. В. Лукин – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 216 с.

21 Морозова А.И. Автоматизация принятия решений по применению методов оценки показателей надёжности и риска в системах ответственного назначения / А.И. Морозова, В.А. Углев, Б.С. Добронев // Робототехника и искусственный интеллект: Материалы V Всероссийской научно-технической конференции с международным участием. - Красноярск: Монография, 2013. - с. 114-117.

22 Попова, О.А. Методология построения гарантированных оценок показателей надёжности для технических систем ответственного назначения / О.А. Попова, Б.С. Добронев, В.А. Углев // Безопасность и живучесть технических систем: Материалы V Всероссийской конференции. – Красноярск: Сиб. федер.ун-т, 2015. – С. 154-158.

23 Углев, В.А. Выбор между методом Монте-Карло и гистограммной арифметикой при реализации моделей с элементами случайности / В.А. Углев // ЗНТУ, 2014. – С. 300-301.

24 Углев, В.А. Разработка автоматизированной системы оценки показателей надёжности гистограммными методами / В.А. Углев // ЗНТУ, 2014. – С. 311-312.

25 Горбоконенко, Е.Е. Основные проблемы качества бортовой радиоэлектронной аппаратуры космических аппаратов / Материалы Международной научно-технической конференции, Москва, 2012 г.

26 Патраев, В.Е., Федосов В.В. Методы обеспечения и оценки надежности бортовой аппаратуры космических аппаратов с длительным сроком активного существования» / Красноярск, 2010г.

27 Патраев, В.Е. «Методы обеспечения и оценки надежности космических аппаратов с длительным сроком активного существования», Красноярск-2010г.

28 СТП 154-41-2008 Система менеджмента качества. Оборудование радиоэлектронное бортовое. Методика расчета надежности. – Введ. 10.07.2008.

29 Ващенко, Г. В., Добронез, Б. С.. Надежность информационных систем: Учебное пособие, 2008. – 206 с.

30 МУ 154-24-2007 Системы менеджмента качества. Проведение анализов по обеспечению надежности оборудования, систем и космических аппаратов.

31 Герасимов, В. А. Численные операции гистограммной арифметики и их применения / В. А. Герасимов, Б. С. Добронез, М. Ю. Шустров // Автоматика и телемеханика. – 1991. - №2. – С. 83–88.

32 Матвеевский, В.Р. Надежность технических систем: Учебное пособие / Московский государственный институт электроники и математики. М., 2002г.